



# Guía de Referencia Rápida de **Maxima**



[Funciones Básicas]

EN ESTE CORTO DOCUMENTO SE PRETENDEN MOSTRAR ALGUNAS DE LAS FUNCIONES Y COMANDOS BÁSICOS QUE USTED PUEDE UTILIZAR USANDO  $\text{TeX}_{\text{MACS}}$  COMO UNA INTERFAZ DE **MAXIMA**. NO BUSCAMOS SER RIGUROSOS PERO SÍ DAR UNA IDEA GENERAL DE LA SINTAXIS Y CAPACIDADES QUE SIGUE **MAXIMA**.

EN LA SIGUIENTE GUIA USTED ENCONTRARÁ AYUDA SOBRE LOS SIGUIENTES TEMAS.

1. Aritmética [1]
2. Álgebra [2]
3. Trigonometría [3]
4. Cálculo Diferencial e Integral [4]
5. Series [5]
6. Ecuaciones Diferenciales [6]
7. Álgebra Matricial [7]

PARA COMENZAR, LA SINTAXIS GENERAL DE **MAXIMA** ES UNA FUNCIÓN SEGUIDA DE SUS ARGUMENTOS. LA GRAN MAYORÍA DE CÁLCULOS QUE SE REALIZAN EN **MAXIMA** ES MEDIANTE FUNCIONES QUE YA ESTÁN DEFINIDAS. POR EJEMPLO PARA CÁLCULO DE INTEGRALES SE USA LA FUNCIÓN **INTEGRATE(LISTA DE ARGUMENTOS)**, EN DONDE LA LISTA DE ARGUMENTOS CONSTITUYE LA FUNCIÓN A INTEGRAR, SU VARIABLE DE INTEGRACIÓN Y EN CASO TAL, SÍ LA INTEGRAL ES DEFINIDA, SU LÍMITE INFERIOR Y SUPERIOR. ALGO MUY IMPORTANTE QUE HAY QUE TENER EN CUENTA SON LAS PALABRAS RESERVADAS QUE TIENE **MAXIMA**, LAS CUALES NO PUEDEN SER USADAS COMO NOMBRES DE VARIABLES, YA QUE SU USO PODRÍA OCASIONAR GRAVES ERRORES DE SINTAXIS. A CONTINUACIÓN SE PRESENTA UNA LISTA DE DICHAS PALABRAS.

Integrate	Next	From	Diff
In	At	Limit	Sum
For	And	Elseif	Then
Else	Do	Or	If
Unless	Product	While	Thru
Step			

**Tabla 1.** Palabras reservadas de **Maxima**

## 1. Aritmética

LOS OPERADORES FUNDAMENTALES SON:.

- La suma se denota por +
- La resta se denota por -
- La multiplicación está denotada por \*

- La división está representada por /
- La potenciación se denota por ^ ó \*\*
- La raíz cuadrada está representada por la función `SQRT(x)`
- La multiplicación matricial se denota por el operador . (punto)

LA SALIDA DE MAXIMA SE CARACTERIZA POR DEVOLVER VALORES RACIONALES EXACTOS. POR EJEMPLO:

```
maxima] 2/350+3/100;
```

(D5)  $\frac{1}{28}$

SÍ SE EMPLEAN NÚMEROS IRRACIONALES, ESTO SE CONSERVAN EN FORMA SIMBÓLICA.

(C1) `(1+sqrt(2))^5;`

(D1)  $(\sqrt{2} + 1)^5$

(C2) `expand(%);`

(D2)  $29\sqrt{2} + 41$

SIN EMBARGO EN OCASIONES SE DESEA OBTENER LA RESPUESTA EN FORMATO DECIMAL. PARA CONSEGUIR ESTO SE COLOCA TRAS LA EXPRESIÓN DESEADA EL TEXTO `,numer`. POR EJEMPLO: .

(C4) `(1+sqrt(2)),numer;`

(D1) 2.414213562373095

POR DEFECTO EL PARÁMETRO `numer` DEVUELVE UN DECIMAL CON 16 CIFRAS SIGNIFICATIVAS (POR LO QUE LA ÚLTIMA PUEDE LLEGAR A ESTAR EQUIVOCADA). SIN EMBARGO **MAXIMA** OFRECE PRECISIÓN ARBITRARIA CON LA FUNCIÓN `BFLOAT()` :.

(C4) `bfloat((1+sqrt(2)));`

2.414213562373095B0

LA VARIABLE QUE CONTROLA EL NÚMERO DE DECIMALES ES `fpprec`, QUE POR DEFECTO VALE 16:.

```
maxima] fpprec;
```

(D5) 16

SÍ ASIGNAMOS A ÉSTA VARIABLE EL VALOR 100, Y VOLVEMOS A CALCULAR EL VALOR NUMÉRICO DE LA EXPRESIÓN ANTERIOR, TENEMOS.

```
maxima] fpprec:100;
```

$$(D4) \quad \frac{45}{z} - \frac{600}{z^2} + \frac{1125}{z^3} + \frac{15000}{z^4} + \frac{28125}{z^5} + \frac{15625}{z^6} - 1$$

HACIENDO USO DE LA FUNCIÓN `RATSIMP()` REDUCE UNA EXPRESIÓN A COMÚN DENOMINADOR:.

```
maxima] ratsimp(d4);
```

$$(D5) \quad -\frac{z^6 - 45z^5 + 600z^4 - 1125z^3 - 15000z^2 - 28125z - 15625}{z^6}$$

Y CON LA FUNCIÓN `PARTFRAC()` SE PUEDEN REDUCIR EXPRESIONES A FRACCIONES PARCIALES:.

```
maxima] partfrac(d5,z);
```

$$(D6) \quad \frac{45}{z} - \frac{600}{z^2} + \frac{1125}{z^3} + \frac{15000}{z^4} + \frac{28125}{z^5} + \frac{15625}{z^6} - 1$$

MAXIMA, TAMBIÉN PUEDE FACTORIZAR POLINOMIOS Y EXPRESIONES EN GENERAL:.

```
maxima] factor(d5);
```

$$(D7) \quad -\frac{(z^2 - 15z - 25)^3}{z^6}$$

AHORA MIREMOS SOLUCIONES DE ECUACIONES LINEALES Y NO LINEALES, MEDIANTE LA FUNCIÓN `SOLVE()`. VEAMOS A CONTINUACIÓN ALGUNOS EJEMPLOS: .

$$(C1) \quad x + y - z = 5;$$

$$(D1) \quad -z + y + x = 5$$

$$(C2) \quad 2x + y - 3z = 0;$$

$$(D2) \quad -3z + y + 2x = 0$$

$$(C3) \quad -x - y + 5z = 2;$$

$$(D3) \quad 5z - y - x = 2$$

$$(C4) \quad \text{solve}([D1, D2, D3], [x, y, z]);$$

$$(D4) \quad \left[ \left[ x = -\frac{3}{2}, y = \frac{33}{4}, z = \frac{7}{4} \right] \right]$$

CÓMO USTED PUEDE OBSERVAR SE DECLARÓ UN SISTEMA DE ECUACIONES DE TRES VARIABLES, CADA UNO IDENTIFICADO CON UNA ETIQUETA. LUEGO SE USO LA FUNCIÓN `SOLVE()` CUYA SINTAXIS ES: `SOLVE([ECUACIONES SEPARADAS POR COMAS],[VARIABLES A DESPEJAR])`, Y OBTUVIMOS EL VALOR RESPECTIVO. IGUALMENTE PODEMOS RESOLVER ECUACIONES NO LINEALES, COMO SIGUE: .

$$(C6) \quad x^2 + 3y - 5z = 0;$$

$$(D6) \quad -5z + 3y + x^2 = 0$$

$$(C7) \quad y^2 + z = 8;$$

(D7)  $z + y^2 = 8$

(C8)  $x + y - z^2 = 0;$

(D8)  $-z^2 + y + x = 0$

(C9) `solve([D6,D7,D8],[x,y,z]);`

(D9)  $[[x = -4.450358566023038i - 0.72828824836102, y = 3.161232771913446 - 0.1872826277925i, z = 1.184087961175445i - 1.958317855546707], [x = 4.450358566023038i - 0.72828824836102, y = 0.1872826277925i + 3.161232771913446, z = -1.184087961175445i - 1.958317855546707], [x = 3.570531400966184, y = -2.653775883069427, z = 0.95747368421053], [x = 2.849523809523809, y = -2.842841369157159, z = -0.08174737951631], [x = -1.73056481765961i - 3.225768622805857, y = 0.42842168276288i - 2.906031353286039, z = 2.490013685072969i - 0.26147308802011], [x = 1.73056481765961i - 3.225768622805857, y = -0.42842168276286i - 2.906031353286037, z = -2.490013685072968i - 0.26147308802013], [x = 1.680372001957905, y = 2.443222506393862, z = 2.030663615560641], [x = -0.19231395538186, y = 2.542991755005889, z = 1.53319209039548]]$

DE LO ANTERIOR PODEMOS OBSERVAR QUE MAXIMA GENERA LISTAS CON VALORES SOLUCIÓN PARA LAS VARIABLES DEL SISTEMA DE ECUACIONES, DANDO DISTINTOS VALORES A LAS VARIABLES..

## 2.1. ALGO DE ÁLGEBRA COMPLEJA

MAXIMA PUEDE MANIPULAR SIN NINGÚN PROBLEMA NÚMEROS COMPLEJOS. EL SIGUIENTE ES UN EJEMPLO BÁSICO DE LA SUMA DE NÚMEROS COMPLEJOS:.

(C15)  $3+4*i;$

(D15)  $4i + 3$

(C16)  $-4-2*i;$

(D16)  $-2i - 4$

(C19)  $c15+c16;$

(D19)  $2i - 1$

ASÍ MISMO SE PUEDEN RESOLVER ECUACIONES, ENCONTRAR RAÍCES Y MUCHAS OTRAS TAREAS. .

## 2.2. FUNCIONES ASOCIADAS:

LAS SIGUIENTES SON ALGUNAS FUNCIONES IMPORTANTES PARA MANEJO DE ÁLGEBRA:.

**ALLROOTS(POL);** Encuentra todas las raíces reales y complejas de un polinomio de una sola variable.

**DEMOIVRE(exp);** Retorna un exponencial complejo en su forma trigonométrica.

**REALPART(num\_com);** Devuelve la parte real de un número complejo.

**IMAGPART(num\_com);** Devuelve la parte imaginaria de un número complejo.

### 3. Trigonometría

**MAXIMA** POSEE FUNCIONES PARA MANIPULACIÓN TRIGONOMÉTRICA, DE HECHO TRAE DEFINIDAS LAS SEIS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS CON SUS INVERSAS, HIPERBÓLICAS E INVERSAS DE LAS HIPERBÓLICAS. LA SIGUIENTE ES UNA TABLA QUE RESUME DICHAS FUNCIONES: .

Función	Representación	Inversa	Hiperbólica	Inversa Hiperbólica
Seno	$\sin(x)$	$\text{asin}(x)$	$\sinh(x)$	$\text{asinh}(x)$
Coseno	$\cos(x)$	$\text{acos}(x)$	$\cosh(x)$	$\text{acosh}(x)$
Tangente	$\tan(x)$	$\text{atan}(x)$	$\tanh(x)$	$\text{atanh}(x)$
Cotangente	$\cot(x)$	$\text{acot}(x)$	$\coth(x)$	$\text{acoth}(x)$
Secante	$\sec(x)$	$\text{asec}(x)$	$\text{sech}(x)$	$\text{asech}(x)$
CoSecante	$\csc(x)$	$\text{acsc}(x)$	$\text{csch}(x)$	$\text{acsch}(x)$

**Tabla 2.** Funciones trigonométricas definidas en **Maxima**

LOS SIGUIENTES SON ALGUNOS EJEMPLOS DE LO QUE PODEMOS HACER CON MAXIMA: .

PODEMOS EVALUAR CUALQUIER FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA PARA UN VALOR DADO: .

(C6) `cos(5*%pi);`

(D6)  $-1$

(C12) `sec(0);`

(D1)  $1$

PODEMOS EXPANDIR FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS E HIPERBÓLICAS, CON LA FUNCIÓN **TRIGEXPAND()**, DE LA SIGUIENTE FORMA: .

(C20) `trigexpand((x+sin(3*x))/sin(x));`

(D20) 
$$\frac{-\sin^3 x + 3 \cos^2 x \sin x + x}{\sin x}$$

(C21) `trigexpand( $\frac{x + \sin(3x)}{\sin(x)}$ );`

(D21) 
$$\frac{-\sin^3 x + 3 \cos^2 x \sin x + x}{\sin x}$$

(C24) `trigexpand(sin(10*x+y));`

(D24) 
$$\left( -\sin^{10} x + 45 \cos^2 x \sin^8 x - 210 \cos^4 x \sin^6 x + 210 \cos^6 x \sin^4 x - 45 \cos^8 x \sin^2 x + \cos^{10} x \right) \sin y + \left( 10 \cos x \sin^9 x - 120 \cos^3 x \sin^7 x + 252 \cos^5 x \sin^5 x - 120 \cos^7 x \sin^3 x + 10 \cos^9 x \sin x \right) \cos y$$

(C25) `trigexpand:false;`

(D25) **false**

(C26) `trigexpand(sin(10*x+y));`

(D26)  $\cos(10x) \sin y + \sin(10x) \cos y$

EN ESTE CASO FIJESE QUE HEMOS UTILIZADO DOS COSAS: PRIMERO LA ENTRADA MATEMÁTICA DE  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}_{\text{MACS}}$ , LO CUAL POSIBILITA UNA MEJOR ESCRITURA Y MAYOR FACILIDAD A LA HORA DE USAR **MAXIMA** Y SEGUNDO HEMOS DADO VALOR A UN VARIABLE DE ENTORNO DE MAXIMA, EN ESTE CASO ES LA VARIABLE *trigexpand*, CUANDO VALE TRUE EXPANDE TODAS LAS EXPRESIONES QUE CONTENGAN SENOS Y COSENOS EN FORMA SUBSECUENTE (COMO PUEDE DARSE CUENTA EN C24) Y CUANDO VALE FALSE NO EXPANDE SENOS Y COSENOS, COMO USTED PUEDE DARSE CUENTA EN C26. PODEMOS TAMBIÉN REDUCIR EXPRESIONES TRIGONOMÉTRICAS E HIPERBÓLICAS CON LA FUNCIÓN **TRIGREDUCE()**, VEAMOS:.

(C1) `trigreduce(-SIN(X)^2+3*cos(x)^2+x);`

(D1)  $x + \frac{\cos(2X)}{2} + 3 \left( \frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2}$

### 3.1. FUNCIONES ASOCIADAS:

**TRIGSIMP(exp)**; Emplea las identidades  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  y  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$  para simplificar expresiones que contengan tangentes, secantes, etc.

**TRIGRAT(exp)**; Esta función es similar a trigreduce, pero con la diferencia que busca linealizar dicha expresión (que debe ser racional, por supuesto), sí es posible.

## 4. Cálculo Diferencial e Integral

**MAXIMA** ESTÁ EN CAPACIDAD DE DESARROLLAR LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES DE FORMA SENCILLA Y FÁCIL. EMPECEMOS POR EL CÁLCULO DE LÍMITES..

### 4.1. LÍMITES

PARA CALCULAR LÍMITES UTILIZAMOS LA FUNCIÓN **LIMIT(A,B,C)**, EN DONDE **A** ES LA FUNCIÓN DONDE DESEAMOS CALCULAR EL LÍMITE, Y **C** ES HACIA LO QUE TIENDE **B**. POR SUPUESTO QUE **B** DEBE SER UNA VARIABLE DE **A**. EL INFINITO POSITIVO ESTÁ REPRESENTADO POR **INF** Y EL INFINITO NEGATIVO POR **MINF**. VEAMOS UN EJEMPLO:.

CALCULEMOS EL LÍMITE DE LA FUNCIÓN  $\frac{x^2+2x-3}{x+1}$  CUANDO X TIENDE A -1:.

maxima] `a:x^2+2*x-3;`

(D2)  $x^2 + 2x - 3$

(C3) `b:x+1;`

(D3)  $x + 1$

(C4) `limit(d2/d3,x,-1);`

(D9)  $\infty$

AHORA CALCULEMOS CUANDO X TIENDE A INFINITO POSITIVO:.

(C8) `limit(d2/d3,x,inf);`

(D8)  $\infty$

## 4.2. DERIVADAS

PARA EL DESARROLLO DE DERIVADAS SE UTILIZA LA FUNCIÓN `DIFF()`. LA LISTA DE ARGUMENTOS QUE RECIBE LA FUNCIÓN SON: LA FUNCIÓN QUE SE VA A DERIVAR, LA VARIABLE DE DERIVACIÓN Y COMO PARÁMETRO OPCIONAL SE TIENE EL ORDEN DE LA DERIVADA.

AQUÍ VAN ALGUNOS EJEMPLOS. POR EJEMPLO A CONTINUACIÓN VAMOS A CALCULAR LA TERCERA DERIVADA DE LA FUNCIÓN:

$$f(x) = \frac{\text{Sen}(x)}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$$

(C1) `diff((sin(x))/(sqrt(x^2+2*x-1)),x,3);`

$$(D1) \quad \frac{3(2x+2)\sin x}{2(x^2+2x-1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{9(2x+2)\sin x}{2(x^2+2x-1)^{\frac{5}{2}}} - \frac{15(2x+2)^3\sin x}{8(x^2+2x-1)^{\frac{7}{2}}} - \frac{\cos x}{\sqrt{x^2+2x-1}} - \frac{3\cos x}{(x^2+2x-1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{9(2x+2)^2\cos x}{4(x^2+2x-1)^{\frac{5}{2}}}$$

COMO SE VE ES MUY SENCILLO LA OBTENCIÓN DERIVADAS. ES POSIBLE HACER DERIVADAS PARCIALES DE LA SIGUIENTE FORMA.

(C1) `diff( $\frac{x^2+1-y}{y^2+1}$ ,y);`

$$(D1) \quad -\frac{1}{y^2+1} - \frac{2(-y+x^2+1)y}{(y^2+1)^2}$$

(C2) `diff( $\frac{x^2+1-y}{y^2+1}$ ,x);`

$$(D2) \quad \frac{2x}{y^2+1}$$

EN EL EJEMPLO ANTERIOR SE EFECTUARON LAS DERIVADAS PARCIALES DE UNA FUNCIÓN. PRIMERO SE CALCULÓ SU DERIVADA PARCIAL RESPECTO DE LA VARIABLE  $y$ . DESPUÉS LA DERIVADA PARCIAL RESPECTO DE LA VARIABLE  $x$ . PARA ESTE CASO, HICIMOS USO DE LA ENTRADA MATEMÁTICA DE  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}_{\text{MACS}}$ .

## 4.3. INTEGRALES

PARA EL DESARROLLO DE INTEGRALES SE USA EL COMANDO `INTEGRATE()`. HAY QUE ACLARAR, QUE DADO QUE NO SIEMPRE ES POSIBLE OBTENER LA INTEGRAL DE UNA DETERMINADA FUNCIÓN, ES POSIBLE QUE **MAXIMA** NO DESARROLLE ALGUNAS INTEGRALES O QUE LAS DEJE EN TÉRMINOS DE OTRAS INTEGRALES. LOS ARGUMENTOS QUE EL COMANDO `INTEGRATE` RECIBE SON: LA FUNCIÓN A INTEGRAR, LA VARIABLE DE INTEGRACIÓN Y COMO ARGUMENTOS OPCIONALES SE TIENEN LOS LÍMITES INFERIOR Y SUPERIOR, SÍ SE TRATA DE UNA INTEGRAL DEFINIDA. VEAMOS ALGUNOS EJEMPLOS.

(C3) `integrate(3*x^6+2*x^3-1,x);`



$$(D3) \quad \frac{3x^7}{7} + \frac{x^4}{2} - x$$

AQUÍ INTEGRAMOS UN POLINOMIO SENCILLO. AHORA VAMOS A CALCULAR UNA INTEGRAL DEFINIDA, UTILIZANDO LA ENTRADA MATEMÁTICA DE  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}_{\text{MACS}}$ .

$$(C4) \quad \text{integrate}(x^2 \sqrt{1+4x^2}, x, 1, 2);$$

$$(D7) \quad \frac{\text{ASINH}(2) - 18\sqrt{5}}{64} - \frac{\text{ASINH}(4) - 132\sqrt{17}}{64}$$

$$(C8) \quad \%, \text{numer};$$

$$(D8) \quad 7.864838154913323$$

COMO SE OBSERVÓ EL LÍMITE INFERIOR VA PRIMERO Y SEGUIDO VA EL LÍMITE SUPERIOR. AQUÍ USAMOS LA OPCIÓN **NUMER**, PARA OBTENER UNA SALIDA COMPLETAMENTE NUMÉRICA, DE LA INTEGRAL. CALCULEMOS AHORA UNA DE LAS INTEGRALES DE FRESNEL.

$$(C9) \quad \text{integrate}(\%e^{(-x^2)}, x, 0, \text{inf});$$

$$(D9) \quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

COMO VEMOS ACABAMOS DE REALIZAR LO SIGUIENTE.

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

QUE EFECTIVAMENTE CONVERGE AL RESULTADO DADO POR **MAXIMA**.

#### 4.3.1. FUNCIONES ASOCIADAS

**LAPLACE(fun,var0,var1):** Calcula la transformada de Laplace de fun, respecto de la variable var0 y la expresa en términos de var1.

### 5. Series

EN ESTE APARTADO, SE TRATARÁN MUY BREVEMENTE LAS FUNCIONES RELACIONADAS CON LOS DESARROLLOS DE TAYLOR, LAURENT Y FOURIER.

#### 5.1. SERIES DE TAYLOR Y LAURENT

PARA OBTENER EL DESARROLLO DE UNA FUNCIÓN EN SERIE DE TAYLOR O LAURENT ALREDEDOR UN PUNTO, SE UTILIZA LA FUNCIÓN **TAYLOR()**. ÉSTA FUNCIÓN RECIBE COMO ARGUMENTOS: LA FUNCIÓN QUE VA A SER DESARROLLADA EN SERIE DE TAYLOR, LA VARIABLE EN QUE VA A SER EXPRESADA LA SERIE, EL PUNTO ALREDEDOR DEL CUAL VA A SER DESARROLLADA LA SERIE Y EL GRADO DE LAS POTENCIAS DE LOS TÉRMINOS QUE QUEREMOS OBTENER. VEAMOS UN EJEMPLO.

VAMOS A DESARROLLAR LA SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCIÓN.

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$$

ALREDEDOR DEL PUNTO  $x = 0$ .

(C10) `taylor( $\frac{1}{(x-1)(x+3)}$ , x, 0, 4);`

(D29)  $-\frac{1}{3} - \frac{2x}{9} - \frac{7x^2}{27} - \frac{20x^3}{81} - \frac{61x^4}{243} + \dots$

ASÍ MISMO SE PUEDE DESARROLLAR UNA SERIE DE LAURENT, POR EJEMPLO DESARROLLAREMOS LA SERIE DE LAURENT DE LA FUNCIÓN.

$$f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$$

ALREDEDOR DEL PUNTO  $z = 0$ .

(C31) `taylor( $\frac{1}{\%e^z - 1}$ , z, 0, 9);`

(D32)  $\frac{1}{z} - \frac{1}{2} + \frac{z}{12} - \frac{z^3}{720} + \frac{z^5}{30240} - \frac{z^7}{1209600} + \frac{z^9}{47900160} + \dots$

## 5.2. SERIES DE FOURIER

MAXIMA PUEDE EXPRESAR FUNCIONES EN TÉRMINOS DE UNA SERIE DE FOURIER. DADO QUE ESTE DOCUMENTO CUBRE SÓLO ASPECTOS BÁSICOS, ÉSTA SECCIÓN SÓLO TRATARÁ LAS FUNCIONES BÁSICAS DEL PAQUETE **FOURIE**, QUE ES EL QUE INTEGRA TODA LA FUNCIONALIDAD PARA TRATAMIENTO DE SERIES DE FOURIER.

PARA HACER EL DESARROLLO DE UNA FUNCIÓN EN SERIES DE FOURIER, SE DEBE CARGAR EL PAQUETE **FOURIE**, CON EL SIGUIENTE COMANDO.

(C33) `load(fourie);`

(D34) `/usr/share/maxima/5.9.0/share/calculus/fourie.mac`

UNA VEZ CARGADO EL PAQUETE, PODEMOS EMPLEAR EL COMANDO `PRINTFILE(FOURIE,USAGE,DSK,SHARE1);`, PARA OBTENER ALGUNA AYUDA SOBRE EL MANEJO DEL PAQUETE.

PARA OBTENER UNA SERIE DE FOURIER DE UNA FUNCIÓN EN UN INTERVALO DE LA FORMA  $[-L, L]$ , PODEMOS EMPLEAR LA SIGUIENTE FUNCIÓN: `FOURIER()`; QUE RETORNA LOS COEFICIENTES DE FOURIER. LOS ARGUMENTOS QUE RECIBE SON: LA FUNCIÓN, LA VARIABLE (LA CUAL PERTENCE A LA FUNCIÓN) Y EL INTERVALO EN DONDE SE VA A CALCULAR LA SERIE. VEAMOS UN EJEMPLO.

VAMOS A CALCULAR LA SERIE DE FOURIER DE LA SIGUIENTE FUNCIÓN.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

EN EL INTERVALO  $[-2, 2]$ .

(C35) `fourier( $\frac{1}{2}x^2$ , x, 2);`

Is  $\cos(\pi N)$  positive, negative, or zero? pos;

$$(E38) \quad A_0 = \frac{2}{3}$$

$$(E39) \quad A_N = \frac{4 \sin(\pi N)}{\pi N} - \frac{8 \sin(\pi N)}{\pi^3 N^3} + \frac{8 \cos(\pi N)}{\pi^2 N^2}$$

$$(E40) \quad B_N = 0$$

$$(D40) \quad [E38, E39, E40]$$

SI EN CAMBIO SE QUIERE CALCULAR UNA LA SERIE DE FOURIER DE UNA FUNCIÓN, PERO EN UN INTERVALO DE LA FORMA  $[0, L]$ , ENTONCES EMPLEAMOS LA FUNCIÓN: `FOURCOS()`; Y `FOURSIN()`; EN LA PRIMERA SE OBTIENEN LOS COEFICIENTES QUE ACOMPAÑAN A LA FUNCIÓN COSENO Y LA SEGUNDA LOS COEFICIENTES DE LA FUNCIÓN SENO. CALCULEMOS LA SERIE DE FOURIER DE LA ANTERIOR FUNCIÓN, EN EL INTERVALO  $[0, 2]$ .

$$(C42) \quad \text{fourcos}(\frac{1}{2}x^2, x, 2);$$

Is  $\cos(\pi N)$  positive, negative, or zero? pos;

$$(E42) \quad A_0 = \frac{2}{3}$$

$$(E43) \quad A_N = \frac{4 \sin(\pi N)}{\pi N} - \frac{8 \sin(\pi N)}{\pi^3 N^3} + \frac{8 \cos(\pi N)}{\pi^2 N^2}$$

$$(D43) \quad [E42, E43]$$

$$(C47) \quad \text{foursin}(x^2/2, x, 2);$$

Is  $\sin(\pi N)$  positive, negative, or zero? zero;

$$(E48) \quad B_N = \frac{8 \sin(\pi N)}{\pi^2 N^2} - \frac{4 \cos(\pi N)}{\pi N} + \frac{8 \cos(\pi N)}{\pi^3 N^3} - \frac{8}{\pi^3 N^3}$$

$$(D48) \quad [E48]$$

PUEDEN OBTENER MUCHA MÁS AYUDA EN LA DOCUMENTACIÓN OFICIAL DE `MAXIMA`.

## 6. Ecuaciones Diferenciales

`MAXIMA` PUEDE RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN. PARA RESOLVER ESTE TIPO DE ECUACIONES SE EMPLEA EL COMANDO `ODE2()`; ESTE COMANDO RECIBE COMO ARGUMENTO LA ECUACIÓN DIFERENCIAL Y LAS VARIABLES QUE INTERVIENEN EN ELLA. VEAMOS UN CORTO EJEMPLO.

RESOLVEREMOS LA ECUACIÓN DIFERENCIAL.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} - 8y = 0$$

$$(C50) \quad \text{ode2}('diff(y,x,2)+3*(diff(y,x))-8*y = 0, y, x);$$

$$(D50) \quad y = \%K1 e^{\frac{(\sqrt{41}-3)x}{2}} + \%K2 e^{\frac{(-\sqrt{41}-3)x}{2}}$$

DONDE %K REPRESENTA UNA CONSTANTE ARBITRARIA. COMO USTED PUEDE OBSERVAR, PARA SIMBO-  
LIZAR LAS DERIVADAS SE UTILIZÓ EL OPERADOR «'», QUE LE INDICA A MAXIMA QUE NO DEBE EVALUAR  
ÉSTA EXPRESIÓN. EL ORDEN DE LA DERIVADA SE ESPECIFICA DENTRO DE LA EXPRESIÓN **DIFF**, COMO SE  
OBSERVA EN EL EJEMPLO. ES POSIBLE RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGÉNEAS, POR  
EJEMPLO, RESOLVER, LA MISMA ECUACIÓN ANTERIOR, PERO IGUALADA A LA FUNCIÓN  $\text{SEN}(x)$ , QUEDARÍA.

(C53) `ode2('diff(y,x,2)+3*('diff(y,x))-8*y = sin(x), y,x);`

(D53) 
$$y = -\frac{3 \sin x + \cos x}{30} + \%K1 e^{\frac{(\sqrt{41}-3)x}{2}} + \%K2 e^{\frac{(-\sqrt{41}-3)x}{2}}$$

## 7. Álgebra Matricial

CON **MAXIMA** SE PUEDEN REALIZAR CÁLCULOS CON MATRICES, TALES COMO INVERSAS Y DETERMI-  
NANTES. PARA DECLARAR UNA MATRIZ SE EMPLEA EL COMANDO `MATRIX()`; EL CUAL RECIBE COMO  
ARGUMENTOS CADA LINEA CORRESPONDIENTE CON EL NUMERO DE ORDEN DE LA MATRIZ DE LA SIGUIENTE  
MANERA.

(C1) `matrix([19,36],[89,24]);`

(D1) 
$$\begin{pmatrix} 19 & 36 \\ 89 & 24 \end{pmatrix}$$

ADEMAS PODEMOS ASIGNAR EL VALOR DE LA MATRIZ A UNA VARIABLE DE LA SIGUIENTE MANERA.

(C2) `A:matrix([10,24],[18,45]);`

(D3) 
$$\begin{pmatrix} 10 & 24 \\ 18 & 45 \end{pmatrix}$$

(C4) `B:matrix([45,78],[152,123]);`

(D4) 
$$\begin{pmatrix} 45 & 78 \\ 152 & 123 \end{pmatrix}$$

AHORA PODEMOS REALIZAR OPERACIONES CONOCIDAS ENTRE MATRICES TALES COMO LA SUMA, RESTA,  
MULTIPLICACION Y DIVISION. POR OTRO LADO CUANDO SE LE ASIGNAN VALORES DE MATRICES A VARIA-  
BLES ES MUCHO MAS FÁCIL REALIZAR LA ESCRITURA DE LOS COMANDOS PUESTO QUE AHORA SE HACE DE  
UNA MANERA MUCHO MAS CORTA, AUNQUE TAMBIEN SE PUEDEN DIGITAR LOS COMANDOS INCLUYENDO  
LA MATRIZ COMPLETA AUNQUE SEA MAS EXTENSO.

(C5) `A+B;`

(D5) 
$$\begin{pmatrix} 55 & 102 \\ 170 & 168 \end{pmatrix}$$

LA DIVISIÓN SE REALIZA COMPONENTE A COMPONENTE, PUESTO QUE LA DIVISION COMO TAL NO ESTA  
DEFINIDA ENTRE MATRICES.

(C7) `A/B;`

$$(D8) \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{4}{13} \\ \frac{9}{76} & \frac{15}{41} \end{pmatrix}$$

(C9) `A-B;`

$$(D9) \begin{pmatrix} -35 & -54 \\ -134 & -78 \end{pmatrix}$$

(C10) `A.B;`

$$(D10) \begin{pmatrix} 4098 & 3732 \\ 7650 & 6939 \end{pmatrix}$$

ADEMAS DE LAS OPERACIONES BÁSICAS, TAMBIÉN PODEMOS REALIZAR CÁLCULOS CORRESPONDIENTES A LAS MATRICES COMO HALLAR LA MATRIZ INVERSA, EL DETERMINANTE DE UNA MATRIZ, ASI COMO TAMBIÉN BUSCAR DENTRO DE UNA MATRIZ UNA FILA DETERMINADA O UNA COLUMNA .

AHORA PARA CALCULAR LA MATRIZ INVERSA UTILIZAMOS EL COMANDO `invert(A)`; O  $A^{-1}$  DONDE A ES UNA VARIABLE QUE CONTIENE UNA MATRIZ.

(C11) `invert(A);`

$$(D11) \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{4}{3} \\ -1 & \frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

(C20) `A-1;`

$$(D20) \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{4}{3} \\ -1 & \frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

PARA CALCULAR EL DETERMINANTE DE UNA MATRIZ UTILIZAMOS EL COMANDO `determinant(A)`; DONDE A ES LA VARIABLE QUE CONTIENE LA MATRIZ A LA QUE SE LE CALCULARÁ EL DETERMINANTE, AUNQUE TAMBIÉN SE PUEDE REALIZAR DE FORMA DIRECTA SIN TENER QUE INICIALIZAR UNA VARIABLE PARA PODER REALIZAR EL CÁLCULO.

(C16) `determinant(A);`

(D17) 18

(C18) `determinant(Matrix([45,78],[12,0]));`

(D18) - 936